

程式設計 (105-2)

期末考

題目設計：孔令傑

國立臺灣大學資訊管理學系

請為下列的每一題各寫一個 C++ 程式。每一題都允許用任何方法作答。所有分數都根據程式運算的正確性給分。一題若有 n 分，則前 $n - 10$ 分由 $\frac{n-10}{2}$ 筆測試資料判定分數，一筆測試資料佔 2 分；後 10 分由 5「組」測試資料判定分數，每一組裡面有若干筆測試資料，全對的話才能得到 2 分。

第一題

(30 分) 有一隻球隊過去打了 n 場比賽，因為賽制關係沒有和局，所以共累積了 n_1 場勝利和 n_2 場敗戰， $n_1 + n_2 = n$ ，所以勝率是 $\frac{n_1}{n}$ 。球隊教練有點好奇，球隊的「連勝」是否會影響球隊勝率，因此他想計算一下「至少三連勝」的下一場比賽的勝率為何。舉例來說，假設這隊過去共打了十場比賽，戰績依序是「勝、勝、勝、勝、敗、敗、勝、勝、勝、敗」，則總勝率是 $\frac{7}{10}$ (十戰七勝)，而至少三連勝後的戰績依序是勝 (第四場)、敗 (第五場)、敗 (第十場)，所以至少三連勝後的勝率只有 $\frac{1}{3}$ 。

更精確地說，三連勝表示球隊連贏三場，因此過去若共有 n 場，則最多有 $n - 2$ 次至少三連勝、最多有 $n - 3$ 次「至少三連勝後的下一場」。針對這 $n - 3$ 場可能至少三連勝後的下一場，請找出一共有 m 次在該場開打前是至少三連勝，而其中又有 m_1 次是獲勝，則至少三連勝後的勝率就是 $\frac{m_1}{m}$ 。

在本題中，請求出 m 和 m_1 。

輸入輸出格式

系統會提供許多筆測試資料，每筆測試資料裝在一個檔案裡。在每個檔案中，第一列存放一個整數 n ，第二列則存放 n 個整數 x_1, x_2 直到 x_n ， $x_i = 1$ 表示第 i 場獲勝， $x_i = 0$ 則表示第 i 場落敗。任兩個值中間用一個空白鍵隔開。已知 $x_i \in \{0, 1\}$ 、 $1 \leq n \leq 100$ 。請根據題意，依序印出 m (共有幾場比賽是至少三連勝後的下一場) 和 m_1 (共有幾場比賽是至少三連勝後的下一場獲勝)，中間用一個空白鍵隔開。如果沒有任何一次至少三連勝，顯然就應該印出 0 跟 0。舉例來說，如果輸入是

```
10
1 1 1 1 0 0 1 1 1 0
```

則輸出應該是

```
3 1
```

如果輸入是

```
6
1 1 1 1 1 1
```

則輸出應該是

```
3 3
```

第二題

(30 分) MS Excel 有個很受歡迎的功能「樞紐分析表」，在接下來兩題中我們想要來做個類似的功能。想像你被給定一個 n 列 m 欄的表格，在第 j 欄中存放的 n 個值一共有 k_j 個不同的值。舉例來說，如果表格是

1	1	1
2	1	1
2	2	4
3	2	6
1	1	2

則 $n = 5$ 、 $m = 3$ 、 $k_1 = 3$ 、 $k_2 = 2$ 、 $k_3 = 4$ 。給定這樣的一張表格，請找出 k_j 值最小與最大的兩欄，並依序印出他們的 k_j 值。

輸入輸出格式

系統會提供許多筆測試資料，每筆測試資料裝在一個檔案裡。每個檔案共有 $n + 1$ 列，第一列裝著兩個整數 n 跟 m ，第二列起的第 $i + 1$ 列裝著題目所述的表格的第 i 列的 m 個值 $x_{i,1}$ 、 $x_{i,2}$ 直到 $x_{i,m}$ ，其中 x_{ij} 為第 i 列第 j 欄的值。任一列的任兩個值中間被一個空白鍵隔開。已知 $1 \leq n \leq 1000$ 、 $1 \leq m \leq 100$ 、 $1 \leq x_{ij} \leq 100$ ， x_{ij} 都是整數。請根據題意計算每個欄位 j 的 k_j 值，並依序印出最小和最大的 k_j 值，中間用一個空白鍵隔開。

舉例來說，如果輸入是

```
5 3
1 1 1
2 1 1
2 2 4
3 2 6
1 1 2
```

則輸出應該是

```
2 4
```

如果輸入是

```
1 1
1
```

則輸出應該是

```
1 1
```

第三題

(20 分) 承上題 (但你不需要寫出上一題, 就可以開始寫這一題), 現在對一張給定的表格, 我們會被指定兩個欄位 j_1 和 j_2 。你必須建立一張新的表, 該表應該有 k_{j_1} 列和兩欄。在新表第一欄中, 請填入第 j_1 欄中的 k_{j_1} 個不同的值, 依照他們在原本給定的表中由上而下出現的順序, 在新的表上由上而下填入。要計算新表第二欄中第 i 列的數字 $x_{i,2}$, 首先要取出同列第一欄的那個數字 $x_{i,1}$, 然後去原本給定的表中找出所有在第 j_1 欄中值為 $x_{i,1}$ 的那些列, 然後在這些列中查出第 j_2 欄的值, 將它們加總後即為 $x_{i,2}$ 的值。

舉例來說, 如果原本給定的表格是第二題那張表, 然後我們被指定 $j_1 = 2$ 、 $j_2 = 3$, 則我們做出的新的表會是

1	4
2	10

其中第一欄是原本給定的表格的第二欄中的兩個不同的值 1 和 2, 第二欄則是將原本給定的表格的第三欄的值依照第二欄的 1 和 2 分組後各自加總的結果 ($4 = 1 + 1 + 2 \cdot 10 = 4 + 6$)。如果我們被指定的 $j_1 = 3$ 、 $j_2 = 1$, 則新的表會是

1	3
4	2
6	3
2	1

輸入輸出格式

系統會提供許多筆測試資料, 每筆測試資料裝在一個檔案裡。在每個檔案中共有 $n + 2$ 列, 其中前 $n + 1$ 列的格式和第二題的一樣, 而第 $n + 2$ 列則存放兩個整數 j_1 和 j_2 , 用一個空白鍵隔開。已知 $1 \leq j_1 \leq m$ 、 $1 \leq j_2 \leq m$, 以及 $j_1 \neq j_2$ 。根據題意, 請用 n 列印出製作出的新表, 每一列的兩個值用一個空白鍵隔開。

舉例來說, 如果輸入是

5	3	
1	1	1
2	1	1
2	2	4
3	2	6
1	1	2
2	3	

則輸出應該是

1	4
2	10

第四題

(20 分) 有一個製造商賣商品給零售商，零售商再賣給消費者。製造商會先設定批發價 w ，零售商再設定零售價 p ，兩人各自的目標都是最大化自己的利潤。零售商會在 n 個價格 p_1 、 p_2 直到 p_n 之中挑一個價格當 p ，而給定零售價 $p = p_i$ 後，大家就會知道市場需求量 $D(p_i) = d_i$ 。零售商挑選零售價 p 時，是找一個價格以最大化它的利潤 $(p - w)D(p)$ 。舉例來說，如果 $n = 4$ ，且價格和需求的關係如下：

i	1	2	3	4
p_i	20	25	30	35
d_i	100	90	60	30

則若 $w = 10$ ，零售商選擇零售價為 20、25、30、35 時的利潤各會是 $(20 - 10) \times 100 = 1000$ 、 $(25 - 10) \times 90 = 1350$ 、 $(30 - 10) \times 60 = 1200$ 和 $(35 - 10) \times 30 = 750$ 。為了最大化利潤，零售商會選擇 $p_2 = 25$ 。但若 $w = 16$ ，則選擇零售價為 20、25、30、35 時的利潤各會是 400、810、840、570，此時零售商就會選擇 $p_3 = 30$ 。如果有複數個價格都會最大化利潤，則零售商會選擇這幾個價格中最低的那個價格。總之，零售商會選一個最大化它的利潤的價格，那個利潤可以是零。如果沒有任何價格可以讓零售商賺到至少為零的利潤（例如批發價高於 35），它就會退出市場，製造商跟零售商都會賺到零元。

製造商生產商品的單位生產成本為 c ，而它在設定批發價 w 時可以挑 c 到 p_n 中間的一個整數當批發價，以最大化它的利潤 $(w - c)D(p)$ 。每當製造商挑了一個批發價 w ，這個批發價就會影響零售商的利潤函數，進而影響零售商挑選的零售價 p 與市場需求 $D(p)$ ；製造商的任務，就是在考慮零售商的行動後，挑選最大化自身利潤的批發價（如果有多個，就挑其中最低的）。舉例來說，如果 $c = 5$ ，則製造商選擇 $w = 10$ 時會使零售商選擇 $p_2 = 25$ ，導致市場需求為 $d_2 = 90$ ，使得製造商的利潤為 $(10 - 5) \times 90 = 450$ ；如果製造商選擇 $w = 16$ ，零售商會選擇 $p = p_3 = 30$ ，導致市場需求為 $d_3 = 60$ ，使得製造商的利潤為 $(16 - 5) \times 60 = 660$ 。對製造商來說，選擇批發價為 16 就比 10 好。如果製造商把 $c = 5$ 到 $p_4 = 35$ 之間的整數都試試看（或更聰明一點），它會發現最佳批發價是 25（利潤是 1200）。

在本題中，你將被給定 n 、 c 、 p_1 到 p_n 與 d_1 到 d_n ，而你要印出能最大化製造商利潤的批發價 w 。

輸入輸出格式

系統會提供許多筆測試資料，每筆測試資料裝在一個檔案裡。在每個檔案中，第一列存放兩個整數 n 和 c ，第二列存放 n 個整數 p_1 、 p_2 直到 p_n ，第三列存放 n 個整數 d_1 、 d_2 直到 d_n 。任一系列中的任兩個數字之間用一個空白鍵隔開。已知 $1 \leq n \leq 100$ 、 $0 \leq c \leq 100$ 、 $c \leq p_i \leq 1000$ 、 $0 \leq d_i \leq 1000$ 。請根據題意依序印出能最大化製造商利潤的批發價、在該批發價下零售商會選擇的零售價、市場的需求量、製造商的利潤，以及零售商的利潤。任兩個印出的數字中間用一個空白鍵隔開。舉例來說，如果輸入是

```
4 5
20 25 30 35
100 90 60 30
```

則輸出應該是

```
25 30 60 1200 300
```

請注意當批發價為 25，零售商選擇零售價為 30 或 35 都會得到利潤 300，因此它會選 30。